

Problème 510 – La résolution d'Anna

Niveaux : Première (toutes séries)

Chapitres : Suites numériques

Première distribution en Devoir Surveillé le 06/02/2025



Anna est une lycéenne en classe de Première qui vient de prendre conscience qu'elle passe trop de temps sur son téléphone portable. Le 1^{er} janvier 2025, alors qu'elle passe ce jour-là exactement 4 heures (donc 240 minutes) sur son téléphone, elle fait la résolution de diminuer son temps d'écran. Son objectif : arriver à passer strictement sous la barre des 120 minutes par jour (NB : bien sûr, pour votre bien, il vous est vivement conseillé de faire la même résolution...).

Elle met sur papier deux possibilités pour atteindre cet objectif : soit diminuer son temps d'écran de 3 minutes d'un jour à l'autre, soit diminuer son temps d'écran de 2% d'un jour à l'autre. Elle veut choisir la possibilité qui lui permet d'atteindre son objectif au plus tôt.

On appelle $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite qui, dans le cas de la première possibilité, associe au n –ème jour écoulé après 1^{er} janvier le nombre de minutes passées par Anna sur son téléphone ce jour-là, et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ce même nombre de minutes, mais dans le cas de la deuxième possibilité.

On a donc $u_0 = v_0 = 240$.

1) Calculer les valeurs de u_1, u_2 puis de v_1, v_2 .

2) Donner la nature des suites $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$, puis exprimer les termes généraux u_n et v_n en fonction de n .

3) a) En vous appuyant sur la calculatrice, déterminer laquelle des deux possibilités permet à Anna d'arriver à son objectif le plus tôt.

b) Donner alors la date du jour où Anna est en mesure d'atteindre son objectif.

4) Le jour où elle aura atteint son objectif, en incluant le temps passé ce jour-là, combien de minutes Anna aura-t-elle passées sur son téléphone au total depuis le début de l'année ? Arrondir le résultat à l'entier près.

5) Si elle avait choisi l'autre possibilité pour sa résolution, à quelle date Anna aurait-elle atteint le même temps cumulé sur son téléphone que celui trouvé à la question 4)? Justifier la réponse.